

О фальсификации научных результатов в статье “Обзор проблем полярных кодов с позиции технологий Оптимизационной Теории помехоустойчивого кодирования”

П.В. Трифонов, В.Д. Милославская

17 марта 2021 г.

Аннотация

Проведен анализ возражений авторов статьи “Обзор проблем...” на первоначальные замечания к их статье. Констатируется, что выявленные факты фальсификаций авторами статьи не опровергнуты. Показано, что в статье фальсифицированы результаты не только современных исследователей, но и К. Шеннона, основоположника современных информационно-коммуникационных технологий. Продемонстрирована неэффективность предлагаемых авторами статьи технических решений. Показано, что позиция авторов статьи противоречит строго доказанным теоретическим и легко проверяемым экспериментальным результатам теории кодирования.

1 Ответ на возражения авторов

Мы признательны авторам за подробный ответ на наши замечания к статье “Обзор проблем полярных кодов с позиции технологий Оптимизационной Теории помехоустойчивого кодирования” Н.А. Кузнецова, В.В. Золотарева, Г.В. Овечкина, Р.Р. Назирова, Д.Ж. Сатыбалдиной и Е.Д. Омирбаева (Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2020. Т. 17. № 4. С. 9-26).

Хотим подчеркнуть, что предметом нашего обращения в редакцию являлось не оспаривание тех или иных научных гипотез и выводов, а грубейшие нарушения публикационной этики, допущенные в статье. Эти нарушения состоят в сознательном искажении результатов, опубликованных другими исследователями. В своем ответе авторы не опровергли ни один приведенный нами факт фальсификации, поэтому мы считаем их доказанными.

Авторы пытаются уйти от обсуждения нарушений в их статье, подменив его рассмотрением различных диссертаций. Все материалы этих диссертаций были опубликованы в ведущих мировых изданиях по теории кодирования и связи (журналы

Проблемы передачи информации, IEEE Transactions on Information Theory, IEEE Transactions on Communications, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, IEEE Communications Letters, сборники конференций IEEE International Symposium on Information Theory, IEEE Information Theory Workshop и др.), были проверены многочисленными профессиональными рецензентами и признаны корректными и понятными. Это же относится и к иным публикациям, результаты которых в искаженном виде представлены в статье.

Остановимся на некоторых тезисах, приведенных в ответе авторов.

1. *“Мы настаиваем, что сложность $(n \cdot \ln n)$ неоправданно велика. Наши алгоритмы МПД сходятся к оптимальному решению с линейной сложностью: $N \sim n$ ”.* Существуют два подхода к анализу сложности алгоритмов: асимптотический, при котором число операций, выполняемых алгоритмом, оценивается как $N(n) = O(f(n))$, и точный, состоящий в указании конкретного числа операций, выполняемого при решении задачи конкретной размерности n . Из курса математического анализа известно, что $N(n) = O(f(n))$, если существует положительное число M , такое что для достаточно больших n справедливо $|N(n)| \leq Mf(n)$. Величина M может быть весьма велика, что делает такой подход практически бесполезным при сравнительной оценке сложности алгоритмов решения задач относительно небольшой размерности. Судя по записи $N \sim n$, авторы используют именно асимптотическую нотацию.

Сравнение между собой различных асимптотических выражений для конкретных значений n является некорректным ввиду неопределенности констант, скрытых в асимптотической нотации.

Явное указание числа арифметических операций намного более полезно для оценки производительности алгоритмов и энергопотребления соответствующей аппаратуры. Именно такой подход принят при анализе сложности алгоритмов декодирования полярных кодов, предлагаемых в [3, 4]. Стоит также отметить, что сложность min-sum версии алгоритма последовательного исключения, предназначенного для декодирования полярных кодов, в точности равна $n \log_2 n$ операций сложения и сравнения.

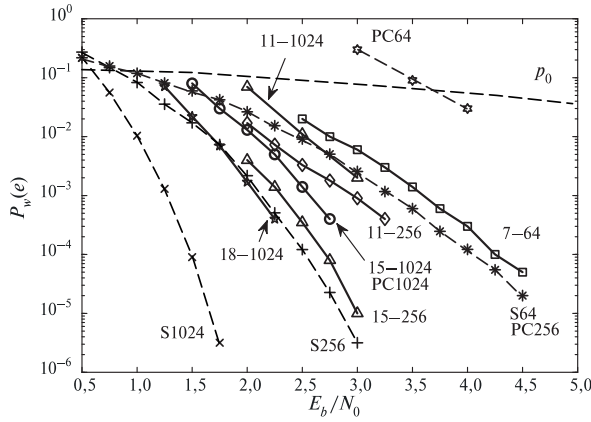
2. *“мы ... получили возможное число операций декодера где-то в пределах всего лишь 5 – 40 операций на декодированный бит. Ресурса для работы хоть какого-то реального декодера просто нет!”*

Алгоритм последовательного исключения, используемый для декодирования (n, k) полярного кода, требует не более $\frac{n}{k} \log_2 n$ операций на бит, что для $(32768, 29462)$ кода, для которого в [9] была продемонстрирована производительность программного декодера 226.9 Мб/с, действительно дает 16.7 операций на информационный символ¹. Своим заявлением авторы признали, что они не зна-

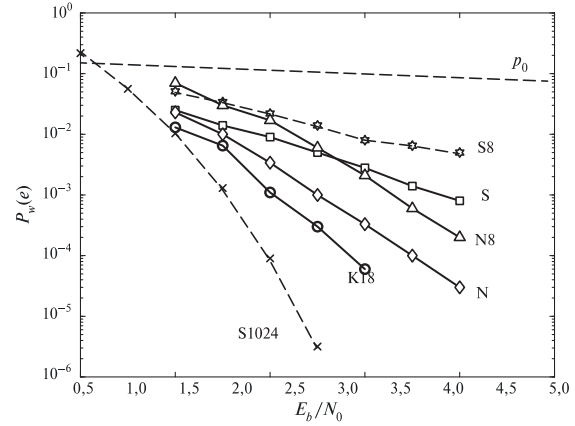
¹В реальности сложность оказывается еще меньше с учетом различных упрощений, описанных в [9].

комы с простыми алгоритмами декодирования корректирующих кодов, а сложность предлагаемых ими методов крайне велика.

3. *“И, кроме того, тут присутствует списочное декодирование, которое сильно разрушает традиционные понятия о корректирующей способности... Если кто-то принял кодовый блок с 1000 информационных символов, то как его вообще можно где-то использовать, если в качестве решения декодера «числятся» 500 его вариантов?”* Авторы невнимательно читали работу [22], где явно указано, что в качестве результата декодирования должно быть выбрано единственное наиболее вероятное кодовое слово из полученного списка (строки 17–25 в алгоритме 12). В работах Милославской и Трифонова предложены методы декодирования, в которых также всегда формируется единственное кодовое слово [13, 25]. Таким образом, замечание авторов несостоятельно.
4. *“Конечно, в статье далее предлагаются некоторые улучшения, но они связаны с применением списочного декодирования и, самое главное, добавлением к полярным кодам CRC, т.е. фактически авторы неявно переходят к каскадной кодовой конструкции, естественно обладающей совершенно новыми свойствами по сравнению с исходными полярными кодами. А это только усложняет понимание и без этого очень непростых результатов.”* Решающим аргументом за включение полярных кодов в стандарт 5G стала исключительная простота их конструкции, алгоритмов кодирования и декодирования. Контрольная сумма CRC используется для обнаружения ошибок в абсолютном большинстве современных протоколов физического уровня в сочетании с различными типами корректирующих кодов. Таким образом, применение CRC совместно с полярными кодами не сопряжено ни с какими дополнительными затратами.
5. *“Оба комментатора не привели в своих основных трудах в списках литературы и в собственных обзорах ни одной из 500 статей или обзоров нашей научной школы ОТ, ни одной из восьми монографий, написанных сторонниками школы ОТ под научной редакцией или с прямым участием академиков и членов-корреспондентов РАН... Полезно напомнить и о том, что наши сетевые порталы читает весь мир, а число их посетителей близко к 100'000 в год.”* К сожалению, единственная работа авторов, опубликованная в профильном издании по теории кодирования, журнале “Проблемы передачи информации”, относится к 1986 году [1]. Хотя в ней и был представлен весьма эффективный по меркам того времени подход, она не содержит результатов для случая мягкого декодирования, которое является необходимым для абсолютного большинства современных приложений. В ведущих мировых журналах по теории кодирования IEEE Transactions on Information Theory и IEEE Transactions on Communications отсутствуют как публикации авторов, так и ссылки на них. Ссылки на высокие звания и посещаемость веб-сайтов полагаем неуместными в научной литературе.



(a) Рис. 1 обсуждаемой статьи



(b) Рис. 3 обсуждаемой статьи

Рис. 1: Несогласованность представления авторами границы S1024

6. “Вынуждены добавить также, что мы уже неоднократно подчеркивали, что в исследованиях по ТК не следует ссылаться на результаты деятельности производственных корпораций, разрабатывающих системы связи и кодирования”. Авторы непоследовательны. В своих многочисленных публикациях они приводят цитату Э.Р. Берлекэмпа о том, что каждый децибел снижения энергетики канала связи оценивается в миллион долларов [7]. С учетом того, что авторы позиционируют свой подход как прикладной, игнорирование имеющихся достижений промышленности и позиции органов стандартизации выглядит крайне странным. Участники процесса стандартизации заинтересованы в выборе наиболее эффективного решения, которое позволило бы им получить максимальную прибыль. Это и привело к включению полярных кодов в стандарт 5G. В то же время, авторы предлагают использовать свой подход в “новых проектах спутниковой и космической связи”, хотя еще 14 лет назад был принят международный стандарт космической связи CCSDS 131.1-O-2 (действующая редакция [23]), в котором предусмотрены намного более эффективные решения, как показано в п. 4.

Мы провели дополнительный анализ обсуждаемой статьи и выявили еще несколько проблем, которые представлены ниже. Для того, чтобы помочь читателям сформировать целостное понимание всего масштаба нарушений, допущенных в статье, мы включили в этот документ и наши первоначальные замечания, которые не были опровергнуты авторами.

2 Фальсификация границы Шеннона

Авторы проводят сопоставление своих результатов с нижней границей вероятности ошибки декодирования, известной как граница сферической упаковки. Опубликова-

ны два варианта этой границы, принадлежащие Шеннону [19] и Шеннону-Галлагеру-Берлекэмпу [20]. К сожалению, авторы не конкретизировали, какую из них они используют. Как было показано в [28], для кодов со скоростью $1/2$ на длинах до 10000 более точной является первая, называемая SP59². Поэтому в дальнейшем мы будем исходить из того, что авторы использовали именно ее.

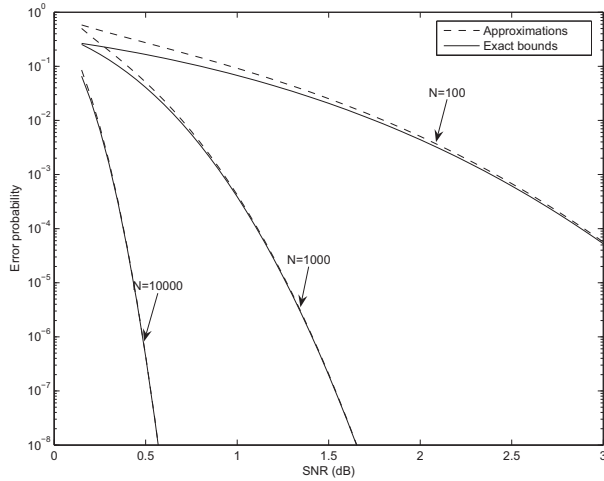
На графиках в статье кривые для кодов со скоростью $R = 1/2$, заявляемые авторами как граница сферической упаковки, обозначены как S_n , где n — длина кода. К сожалению, одна и та же зависимость S1024 на разных графиках в статье представлена совершенно по-разному, как показано на рис. 1. Удивляет также то, что на рис. 1b кривые, соответствующие результатам моделирования различных кодов, демонстрируют тенденцию к пересечению кривой S1024, что было бы невозможно, если бы она действительно соответствовала нижней границе Шеннона. На рис. 2 приведены кривые границы Шеннона SP59, представленные в литературе. Можно заметить, что оба варианта кривой S1024 лежат существенно выше истинной границы Шеннона для $n = 1000$, хотя в реальности ситуация должна была бы быть противоположной, т.к. с увеличением длины кода (с 1000 до 1024) вероятность ошибки уменьшается. Можно также заметить, что кривая S256 из обсуждаемой статьи близка к границе Шеннона для кодов длины 128, хотя при увеличении длины кода со 128 до 256 следовало бы ожидать радикального уменьшения вероятности ошибки. Истинные кривые границы Шеннона для рассматриваемых длин приведены на рис. 3. Видно, что они весьма далеки от того, что авторы в статье выдают за границу Шеннона.

В приложении В описана схема вычислительного эксперимента, с помощью которого можно легко убедиться в существовании кода, обеспечивающего меньшую вероятность ошибки по сравнению с кривой S256. В частности, показано, что на $E_b/N_0 = 2.5$ дБ достигается вероятность ошибки на кодовое слово $6 \cdot 10^{-5}$, в то время как авторы заявляют о принципиальной невозможности получить вероятность ошибки меньше 10^{-4} на данном отношении сигнал/шум. Стоит также отметить, что при $FER \leq 10^{-5}$ производительность использованного в этом вычислительном эксперименте свободно распространяемого программного декодера превышает 6 Мб/с, что значительно превосходит лучший результат авторов (140 Кб/с).

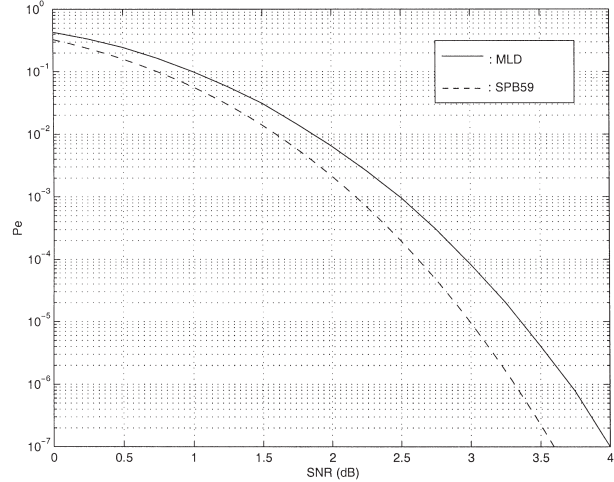
Кроме того, в [11, Рис. 9] показано, что расширенный код БЧХ (256, 131, 38) на $E_b/N_0 = 2$ дБ достигает вероятности ошибки 10^{-3} , хотя представленная авторами “нижняя граница” S256 гласит, что никакой код длины 256 со скоростью $1/2$ не может обеспечить вероятность ошибки меньше $2 \cdot 10^{-3}$. Тем более это не мог бы обеспечить код со скоростью $131/256 \approx 0.51 > 0.5$, если бы кривая S256 действительно была нижней границей достижимой вероятности ошибки.

Таким образом, приходится констатировать, что **в статье фальсифицирована граница Шеннона**. Тезис авторов “*При этом декодеры МПД всех типов ... достигают решений ОД (оптимального декодирования) при уровнях шума, весьма близких к границе Шеннона*” опирается на грубую фальсификацию этой границы. Следователь-

²Границу SP59 можно вычислить на сайте <https://www.pretty-good-codes.org/codingbounds>. Необходимо учитывать, что длина кода там указывается в числе комплекснозначных символов.



(а) Сравнение приближенного и точного выражений для границы SP59 [17]



(б) SP59 для кодов (128, 64) и вероятность ошибки декодирования на кодовое слово по максимуму правдоподобия для (128, 64, 22) расширенного кода БЧХ в канале с АБГШ/2-ФМ [28]

Рис. 2: Опубликованные кривые границы Шеннона

но, заявление авторов о том, что “развитие ОТ как новой «квантовой механики» в теории информации ... позволило решить великую проблему Шеннона” **несостоятельно**.

3 Противоречие верхней границе Полтырева

В своей статье авторы называют коды БЧХ “очень слабыми”. Вероятно, авторы не знают, что расширенные примитивные коды БЧХ в узком смысле, как и коды Рида-Маллера, достигают предела Шеннона как минимум в случае двоичного стирающего канала [15]. Кроме того, изучив таблицу лучших известных кодов <http://codetables.de/>, они могли бы заметить, что на длинах по крайней мере до 256 коды БЧХ относятся к числу лучших известных в смысле минимального расстояния (для тех комбинаций параметров, где они существуют). Декодирование этих кодов по максимуму правдоподобия может быть выполнено, например, с помощью методов [29, 24]. Кроме того, можно воспользоваться субоптимальными методами [26, 25], основанными на использовании алгоритмов, предложенных первоначально для полярных кодов. Следует отметить, что в [29, 24, 26, 25] приведено число арифметических операций, требуемых такими алгоритмами. Такая оценка сложности, в отличие от производительности программ, не зависит от особенностей аппаратной платформы, квалификации программистов и иных непредсказуемых факторов. Коды БЧХ могут быть взяты за основу при построении полярных подкодов, допускающих крайне про-

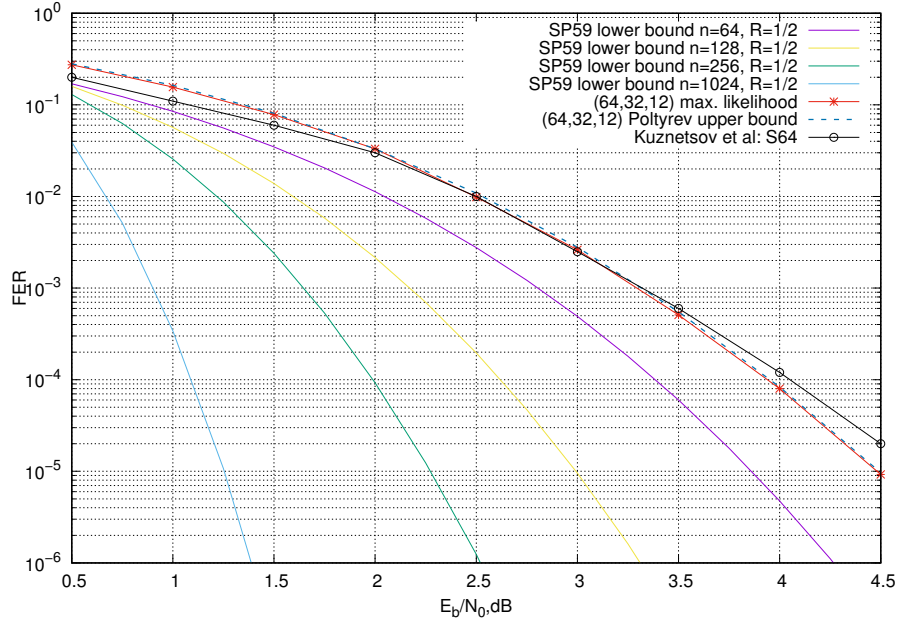


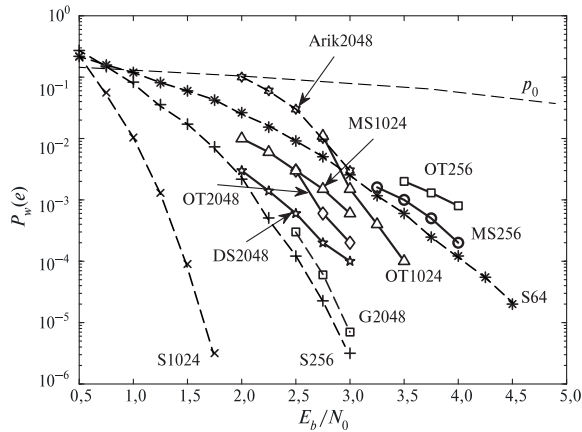
Рис. 3: Сравнение границ вероятности ошибки

стое декодирование [26].

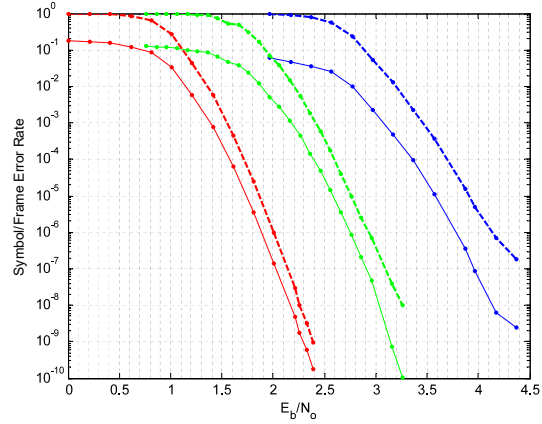
На рис. 3 представлены кривые границы сферической упаковки для кодов различных длин, а также вероятность ошибки декодирования³ по максимуму правдоподобия кода (64, 32, 12), представленного в приложении А. Данный код представляет собой подкод расширенного примитивного кода БЧХ в узком смысле (64, 36, 12). Декодирование этого кода может быть выполнено с помощью методов, представленных в [24, 26, 25, 29]. Кроме того, приведена касательная сферическая граница Полтырева [14, 16], представляющая собой оценку сверху для вероятности ошибки декодирования по максимуму правдоподобия. Вычисление этой границы требует знания весового спектра кода, который также приведен в приложении А, и может быть выполнено с помощью программы, представленной в учебнике [2]. Как видно из графика, граница Полтырева позволяет исключительно точно оценить вероятность ошибки декодирования по максимуму правдоподобия. Как уже отмечалось, кривая S64, выдаваемая авторами за нижнюю границу сферической упаковки, в реальности весьма далека от нее.

Авторы пишут, что “*граница S64, как известно, недостижима*”, т.е. никакой код длины 64 со скоростью 0.5 не может обеспечить вероятность ошибки меньше, чем S64. В то же время, строго доказанная граница Полтырева гласит, что вероятность ошибки декодирования по максимуму правдоподобия приведенного в приложении А кода длины 64 со скоростью 0.5 при $E_b/N_0 > 3.25$ дБ должна быть заметно меньше,

³Здесь и далее FER (frame error rate) означает вероятность ошибки на кодовое слово ($P_w(e)$ в обозначениях рассматриваемой статьи).



(а) Характеристики МПД и ПК для кодов $R = 1/2$ в канале с АБГШ (Рис.2 рассматриваемой статьи)



(б) Вероятность ошибки декодирования LDPC кодов с параметрами $(n = 2048, k = 1024)$, $(n = 1536, k = 1024)$, $(n = 1280, k = 1024)$, предусмотренных стандартом космической связи CCSDS 131.1-O-2

Рис. 4: Сравнение кодов, предлагаемых в статье, и низкоплотностных кодов

чем S64. Это подтверждается приведенными результатами статистического моделирования для декодера по максимуму правдоподобия этого кода. Таким образом, мы продемонстрировали, что занимаемая авторами статьи позиция противоречит строго доказанному результату теории кодирования — границе Полтырева, а также легко воспроизводимым экспериментальным результатам.

4 Неэффективность технических решений, предлагаемых в статье

Авторы делают вывод об «отсутствии необходимости применения полярных кодов и ряда других кодов где-либо вообще в силу неизбежно слабых возможностей и большого списка недостатков». Однако, полярные коды уже являются частью стандарта 5G New Radio, поскольку опередили прочие коды по ряду показателей. Авторы не упомянули о том, что полярные коды уже вошли в стандарт. Более того, как видно из рис. 4, код $(2048, 1024)$, предлагаемый авторами, значительно уступает коду с малой плотностью проверок на четность (LDPC), предусмотренному международным стандартом космической связи CCSDS⁴. Сопоставляя штрихованную красную линию и кривую OT2048, можно заметить, что вероятность ошибки декодирования 10^{-4} достигается кодом из стандарта на $E_b/N_0 = 1.7$ дБ, в то время как предлагаемый авторами метод требует для этого $E_b/N_0 = 3$ дБ. На $E_b/N_0 = 1.7$ дБ их метод да-

⁴Рисунок В-2 из справочного приложения к спецификации <https://public.ccsds.org/Pubs/131x1o2e2s.pdf>. См. также рис. 8-8 <https://public.ccsds.org/Pubs/130x1g3.pdf>

ет вероятность ошибки более 10^{-2} . Сложно предположить, что авторы статьи, среди которых два сотрудника Института Космических Исследований РАН, могут не быть знакомы со стандартом космической связи, принятым 14 лет назад. Тем не менее, они заявляют “о безусловном лидерстве ОТ”, приводя в качестве аргументов грубо искаженные результаты из публикаций других исследователей, как будет показано ниже. Известный американский специалист, автор классических книг по теории кодирования Э. Берлекэмп, на которого авторы ссылаются в своих публикациях, утверждает, что каждый децибел снижения энергетики спутникового канала связи оценивается в миллион долларов [7]. Таким образом, следование рекомендациям авторов чревато значительным экономическим ущербом.

5 Актуальность вопроса

1. Авторы заявляют: “Выполнено сопоставление . . . и имеющихся крайне ограниченных материалов для ПК.”

Результаты поиска публикаций на веб-сайте института инженеров электротехники и электроники (IEEE) ieeexplore.ieee.org по ключевому словосочетанию “polar codes”: Journals (462), Conferences (997), Early Access Articles (22), Magazines (10), Books (4). Заметим, что поиск осуществлялся по словосочетанию, что гарантируется наличием кавычек. Если искать “polar codes” на веб-сайте Google www.google.com, то число результатов составляет 245000. Таким образом, ieeexplore.ieee.org содержит 462 журнальные статьи по ПК и 997 трудов в сборниках материалов конференций. **Такое многообразие материалов по ПК не соответствует характеристике “крайне ограниченные”.**

2. Авторы заявляют: “Однако про ПК стало быстро ясно, что и они никак не способствуют прогрессу прикладной теории кодирования, т. е. разработке простых и, главное (!), технологичных декодеров вблизи границы Шеннона.”

Полярные коды были включены в спецификацию протокола физического уровня систем мобильной связи 5G⁵, что стало возможным благодаря созданию высокопроизводительных декодеров [12]. Уже сейчас можно купить мобильные телефоны, содержащие кодер и декодер полярных кодов. Таким образом, полярные коды за 10 лет прошли путь от своего изобретения до всемирного практического применения, за что Э.Арикану и была вручена премия Шеннона. **Таким образом, авторы пытаются скрыть общеизвестные достижения современной теории кодирования.**

⁵ETSI TS 138.212. Technical specification group radio access network; NR; multiplexing and channel coding. V15.2.0 https://www.etsi.org/deliver/etsi_ts/138200_138299/138212/15.02.00_60/ts_138212v150200p.pdf

6 Реализация декодеров полярных кодов и их сложность

1. Авторы ставят под сомнение существование декодеров полярных кодов: *“Даже если программа для ПК хотя бы при $n = 64$ будет написана”, “если среди ПК будут выявлены коды и алгоритмы с конкретной предъявленной и убедительно доказанной сложностью декодирования. Однако этой ситуации можно и не дожидаться, поскольку адепты ПК за последние 10 лет не удосужились предъявить ни одного такого декодера”, “способом определения сложности конкретных алгоритмов декодирования, в минимальной степени подверженным ошибкам, искажениям и прямому обману, является предъявление редакциям журналов, рецензентам и оппонентам по диссертациям работающей проверяемой программы моделирования в гауссовском или ином канале с указанием типа процессора, его тактовой частоты и, главное, числа декодируемых символов в секунду при реализации алгоритмов, например на языке C++.”*

В статье Тала и Варди [22], на которую ссылаются авторы, имеется исчерпывающее описание алгоритма списочного декодирования полярных кодов. Практика показывает, что средний студент 3 курса технического ВУЗа способен по этому описанию запрограммировать декодер. Кроме того, имеется огромное число программных реализаций с открытым исходным кодом различных методов помехоустойчивого кодирования. Примером такой является библиотека «A Fast Forward Error Correction Toolbox», доступная по адресу <https://aff3ct.github.io/index.html>. Реализация алгоритмов кодирования и декодирования полярных кодов имеется также и в Matlab 5G Toolbox. В диссертациях [4, 3], обсуждаемых в статье, приведено формальное описание всех рассматриваемых алгоритмов.

2. Авторы многократно повторяют **ложную** информацию об отсутствии сведений о сложности и быстродействии декодеров полярных кодов: *“Наконец, вновь укажем, что мы ни в одной из просмотренных нами публикаций не нашли каких-либо данных о реальной сложности декодеров ПК”, “Разумеется, при появлении хотя бы предварительных конкретных и понятных данных по реальной эффективности и сложности ПК мы получим возможность публикации и более точных результатов сопоставления методов ОТ и ПК.”*, *“Поскольку данных о реальной сложности ПК (увы, повторим это) нет”, “Вынужденно повторим, что никаких данных о реальной сложности таких декодеров ПК, например о числе операций или скорости декодирования, нет”, “И здесь никаких конкретных данных по реальной доказуемой сложности декодирования конкретных ПК найти не удалось”, “Но за последние десятилетия ни одна научная группа не представила реального эффективного алгоритма с детальным описанием и полноценной программой моделирования, который можно было бы полностью проверить по стандартному комплексному критерию «достоверность — помехо-*

устойчивость — сложность», хотя некоторые авторы декларируют использование языка программирования C++ при моделировании, не сообщая никаких сведений о быстродействии реализованных алгоритмов (см., например, работу (Милославская, 2015))

В статье Тала и Варди [22], на которую ссылаются авторы, приведена сложность алгоритма декодирования $O(Ln \log n)$. Сведения о быстродействии предложенных алгоритмов декодирования, реализованных на языке программирования C++, приведены в Таблицах 3.2, 4.1 и 4.2 диссертации В. Д. Милославской [3].

Из рис. 4.76 в диссертации Трифонова [4], видно, что однопоточная программная реализация предложенного декодера обеспечивает производительность около 55 Мб/с. Подробности о высокопроизводительных декодерах ПК могут быть найдены в [12, 8, 10].

Таким образом, статья “Обзор проблем полярных кодов . . .” **содержит ложные сведения.**

3. Авторы заявляют: “Алгоритмы для ПК сразу должны были работать в области действительных чисел”, “Приходится добавить, что очень проблемным вопросом ПК навсегда, видимо, останется и точность квантования действительных чисел (Трифонов, 2018; Seidl, Huber, 2013).”

В многочисленных публикациях по вопросам аппаратной реализации декодеров полярных кодов указывается, что вычисления можно производить с использованием арифметики с неподвижной точкой с разрядностью 5-6 бит [8]. В диссертации Трифонова [4] квантование упоминается в контексте обзора статьи [21], в которой речь идет не о квантовании действительных чисел, а о квантовании выходных алфавитов некоторых синтетических каналов, которые имеют весьма опосредованное отношение к действительным числам. В любом случае, это квантование возникает только на этапе построения полярных кодов. Существуют методы, которые позволяют его избежать.

4. Авторы заявляют: “Более того, и сами оценки сложности N для этих кодов на самом деле очень таинственны, так как за единицу такой сложности там обычно принимаются не простейшие операции типа сложений и сравнений, а циклы процедур (Милославская, 2015)”

В кандидатской диссертации В. Д. Милославской [3] предлагается несколько методов построения ПК и последовательный алгоритм декодирования полярных кодов. Среднее число арифметических операций над вещественными числами для последовательного алгоритма декодирования ПК указано в Таблице 3.1 (первоначально опубликовано в [13]), а также указано, что этот алгоритм требует выполнения только операций сложения и сравнения над вещественными числами. Среднее число итераций приведено в диссертации В. Д. Милославской, поскольку его принято указывать в случае декодеров ПК. В докторской

диссертации П.В. Трифонова [4], на которую ссылаются авторы, приведены таблица 4.1 и рис. 4.5, из которых видно, что на отношении сигнал/шум 2 дБ декодирование полярного (под)кода (1024,512) может быть выполнено со средней сложностью 20800 операций сложения и сравнения (первоначально опубликовано в [25]). Следовательно, данные о числе операций сравнения и сложения **являются общедоступными, но по некоей таинственной причине были проигнорированы авторами статьи.**

5. Авторы заявляют: *“хотя в работе (Милославская, 2015) отмечается экспоненциальный рост размеров списков ($L \gg 1000$), необходимость вычислений с действительными числами и в некоторых случаях большое число итераций ($I > 10^4$)»* В работе Милославской не рассматривалась задача аппаратной реализации и, в частности, вопросы представления промежуточных значений алгоритмов в ЭВМ. В работах других исследователей показано, что декодирование может быть выполнено с использованием арифметики с неподвижной точкой [8]. Таким образом, утверждение авторов о **необходимости** вычислений с действительными числами при декодировании полярных кодов **не соответствует действительности.**

7 Корректирующая способность полярных кодов

1. Авторы заявляют: *“гарантированная вероятность ошибки декодирования уменьшалась с длиной кодов n крайне медленно, лишь как $n^{-0,25}$ (Arikan, 2009).”* Вероятно, авторы не знакомы со статьей [6], в которой показано, что вероятность ошибки декодирования полярных кодов удовлетворяет $P \leq 2^{-n^\beta}$ для любого $\beta < 0.5$.
2. Авторы заявляют: *“А ведь это, например, значит, что даже для типичной небольшой вероятности ошибки $P_w(e) \approx 10^{-5}$ в блоке для канала типа ДСК (двоичный симметричный канал) размер блока ПК должен быть $n \approx 10^{20}$! Безусловно, это никак не воодушевляет. И очевидно, что даже только по этой причине данная идея была уже изначально чрезвычайно сомнительной. От такой безысходности апологеты этого направления указывали, как мы цитировали в работе (Золотарёв, Овечкин, 2016), на весьма ограниченные возможности ПК, особенно при малых длинах кодов n .”*

В упомянутом выше стандарте 5G использование полярных кодов рекомендовано на длинах не более 1024. С помощью Matlab 5G Toolbox, авторы статьи могут удостовериться в том, что эти коды достигают вероятностей ошибки меньше 10^{-5} . Простые и понятные примеры моделирования ПК для восходящей и нисходящей линий связи с помощью Matlab 5G Toolbox приведены на веб-сайте <https://au.mathworks.com/help/5g/gs/polar-coding.html>. Кроме того, Рис. 2.2 диссертации В.Д. Милославской демонстрирует ПК длины 1024, достигающий вероятность ошибки 10^{-6} . Следовательно, утверждение авторов о том, что

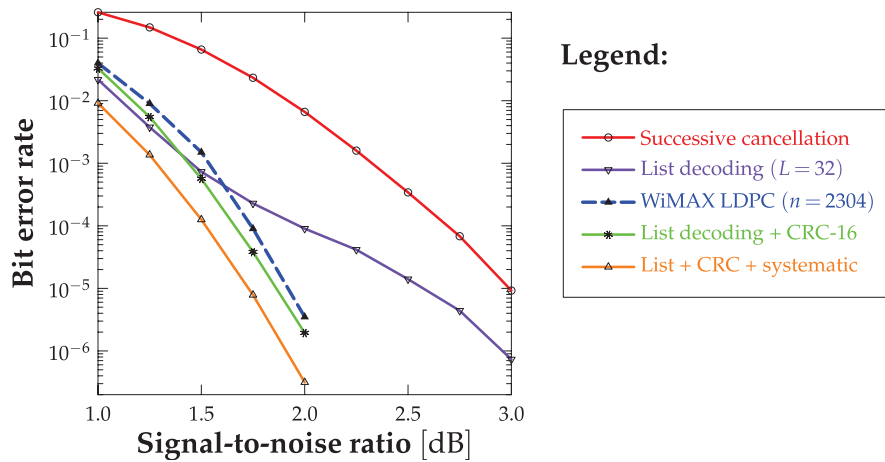


Рис. 5: Корректирующая способность полярных кодов с CRC [22]

размер блока ПК должен быть $n \approx 10^{20}$ **противоречит общедоступным сведениям.**

3. Авторы заявляют: *“Полярные коды конечной длины уступают по эффективности и LDPC-кодам (Amraoui, 2018; Tal, Vardy, 2015).”*

В статье Тала и Варди [22], на которую ссылаются авторы, показано, что, с учетом предлагаемых улучшений, рассмотренный полярный код превосходит по корректирующей способности LDPC код (см. рис. 5). В диссертации В.Д. Милославской также демонстрируется код, превосходящий LDPC по корректирующей способности (см. Рис. 3.6 в [3]) и по вычислительной сложности декодирования (см. Таблицу 3.1 в [3]). Эти результаты были первоначально опубликованы в [13]. **Таким образом, авторы сознательно искажают научные результаты, опубликованные другими исследователями.**

4. На рис. 1 (рис. 6) авторы приводят кривую РС64, которая *“показывает для полярных кодов длины $n = 64$ нижние оценки в работах (Милославская, 2015; Трифонов, 2018) для декодеров нескольких ПК при обычном декодировании, т. е. когда размер списка решений L равен 1. Остальные результаты (около 10) на тех же рисунках из этих диссертаций соответствуют различным размерам списка решений вплоть до $L = 256$. Все они близки к графику (7-64) для БАВ или существенно выше него, так как граница S_{64} , как известно, недостижима.”*

На рис. 2.2. в диссертации Трифонова, который был первоначально опубликован в [26], приведена не нижняя оценка, а реальная вероятность ошибки декодирования полярного кода (64, 30, 8) методом последовательного исключения исключения с размером списка 1 (см. кривую “Arikan (64,30,8) L=1” на рис. 7), которая существенно меньше чем то, что приводят авторы в своей статье. **Таким обра-**

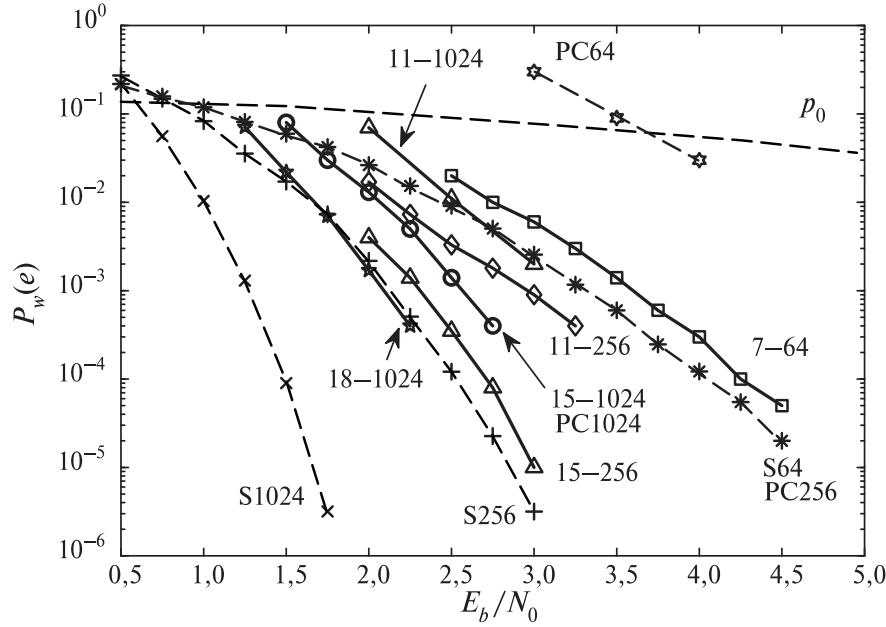


Рис. 6: Рисунок 1 рассматриваемой статьи

зом, авторы осуществляют прямую подмену фактов.

5. Авторы заявляют: “Рассмотрим данные о ПК длины $n = 1024$. Нижняя оценка для группы таких кодов из статьи (Seidl, Huber, 2013), использующих разные «улучшения», в том числе и каскадирование, помеченная как PC1024, практически совпадает с кривой (15-1024).”

Необходимо отметить, что в статье [18] приведена не нижняя граница, а результаты статистического моделирования для конкретного полярного кода (1024, 512) и списочного декодера с $L = 4$ (см. рис. 8). Таким образом, авторы осуществляют прямую подмену фактов.

6. Авторы заявляют: “И наконец, для группы ПК длины $n = 2048$ представлены графики нижних оценок G_{2048} из работы (Giard et al., 2014). Соответствующая иллюстрация из рассматриваемой статьи приведена на рис. 4а данного документа. Следует отметить, что в статье [9] отсутствуют графики нижних границ вероятности ошибки декодирования. Вместо этого там приведены результаты моделирования (вероятность ошибки на бит) полярного кода (2048, 1024) с субоптимальным декодером последовательного исключения. Эти результаты авторы выдают за нижнюю границу вероятности ошибки на кодовое слово. Таким образом, авторы представили сфальсифицированные результаты.

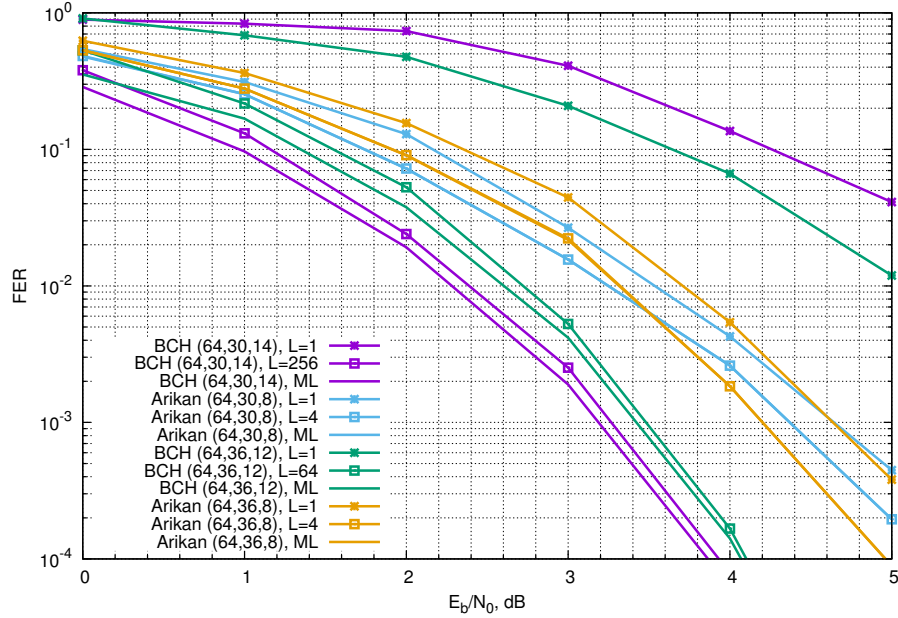


Рис. 7: Вероятность ошибки декодирования (Frame Error Rate — FER) полярных кодов и кодов РБЧХ списочным алгоритмом последовательного исключения (Рисунок 2.2 в [4])

8 Сравнение характеристик

1. На рис. 2 (рис. 4а в данном документе) авторы представили свой лучший результат для кода (2048,1024) (кривая OT2048). Видно, что он обеспечивает вероятность ошибки на кодовое слово 10^{-4} на $E_b/N_0 = 3$ дБ. В то же время в диссертации Трифонова [4], на которую ссылаются авторы, на рис. 3.12б показано, что полярный (под)код достигает той же вероятности ошибки на $E_b/N_0 = 1,5$ дБ. Там же на рис. 3.14 приведено среднее число арифметических операций, при котором обеспечивается такая корректирующая способность. Эти результаты приведены на рис. 9. На этом же рисунке приведены результаты для LDPC-кодов⁶ из стандарта космической связи CCSDS “Low Density Parity Check Codes For Use In Near-Earth And Deep Space Applications” [23].

Видно, что результаты авторов уступают не только современным конструкциям, но даже методам, предусмотренным стандартом космической связи CCSDS, впервые представленном в 2007 году, с которым они, как сотрудники Института Космических Исследований РАН, должны быть знакомы.

2. Как свое достижение, авторы указывают, что производительность программной реализации их декодеров достигает 140 Кб/с. В то же время в статье [9], на

⁶Эталонные результаты для этих кодов приведены на рисунке В-2 справочного приложения документа <https://public.ccsds.org/Pubs/131x1o2e2s.pdf>.

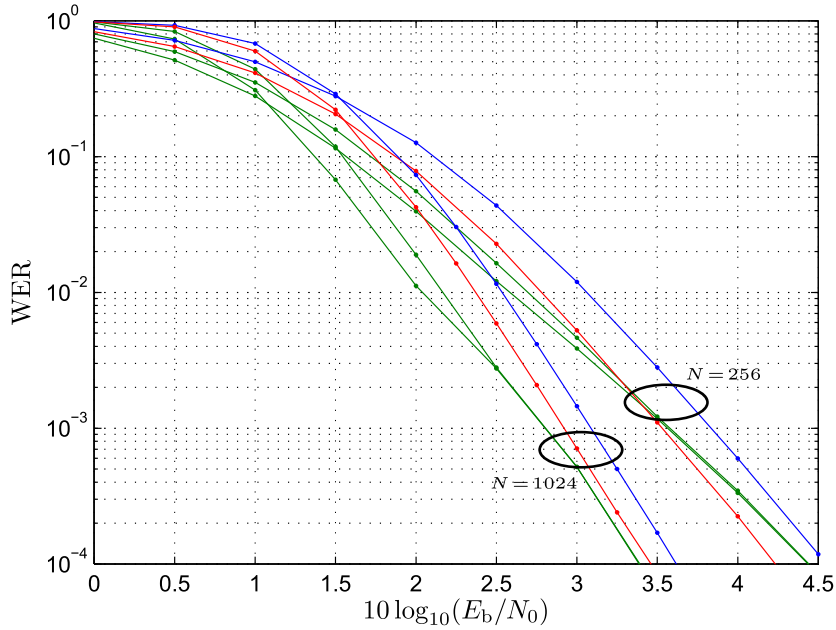


Рис. 8: Simulation results: BPSK-AWGN channel, polar code block length $N = 256, 1024$, rate $R = 1/2$. Blue: SC decoding. Green: successive list decoding (list size $L = 2, 4$). Red: concatenation scheme [18]

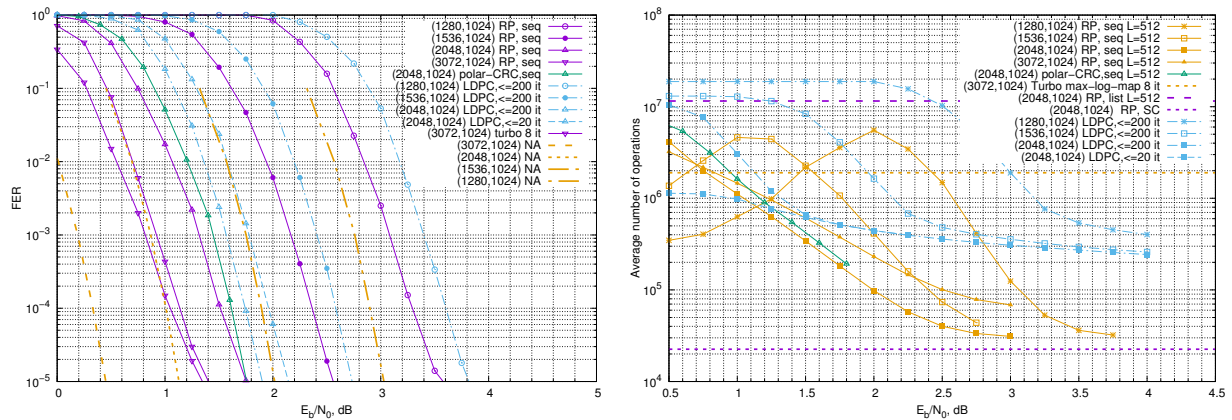


Рис. 9: Вероятность ошибки декодирования (Frame Error Rate — FER) и сложность декодирования LDPC кодов и полярных подкодов [4, 27]

которую ссылаются авторы, приведены результаты, свидетельствующие о том, что программная реализация декодера полярных кодов обеспечивает производительность до 226 Мб/с.

9 Выводы

Проведенный анализ показал, что:

1. В рассматриваемой статье осуществлен подлог результатов, опубликованных не только современными исследователями, но и самим Клодом Шенноном, основоположником современных информационно-коммуникационных технологий.
2. Позиция авторов находится в неустранимом противоречии со строго доказанными теоретическими и легко проверяемыми экспериментальными результатами теории кодирования.
3. Предлагаемые авторами технические решения имеют значительно худшую корректирующую способность по сравнению не только с современными методами, но и стандартом CCSDS 131.1-0-2, принятым в 2007 году. Следование рекомендациям авторов чревато значительным экономическим ущербом для хозяйствующих субъектов.
4. Авторы проигнорировали значительный объем современной литературы и иной общедоступной информации по полярным кодам.
5. Нереализуемыми и неработоспособными объявлены решения, которые закреплены в международных стандартах мобильной и космической связи.
6. Авторами не было опровергнуто ни одно замечание о фальсификации опубликованных научных результатов, приведенное в первоначальных обращениях в редакцию.

Таким образом, вывод авторов *«теория ОТ существенно опережает результаты, полученные для абсолютно всех других известных классов алгоритмов декодирования»* является **заведомо ложным**.

Следует также отметить, что результаты, которые авторы фальсифицируют или ставят под сомнение, опубликованы в ведущих мировых изданиях по теории кодирования и телекоммуникациям, а некоторые [5, 22, 26, 25] включены в список IEEE Communications Society Best Readings on Polar Coding. В то же время собственные результаты авторов, позиционируемые ими как лучшие, и на основе которых ими была подготовлена обсуждаемая статья, опубликованы в непрофильных изданиях.

Список литературы

- [1] Золотарев В. Многопороговое декодирование // Проблемы передачи информации. — 1986. — Т. 22, № 1.
- [2] Кудряшов Б. Основы теории кодирования. — СПб : БХВ, 2016.
- [3] Милославская В. Методы построения и декодирования полярных кодов : дисс. канд. техн. наук / В.Д. Милославская ; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. — 2014.
- [4] Трифонов П. Методы построения и декодирования многочленных кодов : дисс. докт. техн. наук / П.В. Трифонов ; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. — 2018.
- [5] Arikan E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels // IEEE Transactions on Information Theory. — 2009. — July. — Vol. 55, no. 7. — P. 3051–3073.
- [6] Arikan E., Telatar I. On the rate of channel polarization // Information Theory, 2009. ISIT 2009. IEEE International Symposium on. — 2009. — June. — P. 1493–1495.
- [7] Berlekamp E. The technology of error-correcting codes // Proceedings of the IEEE. — 1980. — Vol. 68, no. 5.
- [8] Ercan F., Tonnellier T., Gross W. Energy-efficient hardware architectures for fast polar decoders // IEEE Transactions on circuits and systems-I: regular papers. — 2020. — January. — Vol. 67, no. 1.
- [9] Fast software polar decoders / Pascal Giard, Gabi Sarkis, Claude Thibault, W.J. Gross // Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. — 2014.
- [10] Gal B. L., Leroux C., Jego C. Multi-gb/s software decoding of polar codes // IEEE Transactions On Signal Processing. — 2015. — January. — Vol. 63, no. 2.
- [11] Jin W., Fossorier M. P. C. Reliability-based soft-decision decoding with multiple biases // IEEE Transactions on Information Theory. — 2007. — Vol. 53, no. 1. — P. 105–120.
- [12] A low-latency list successive-cancellation decoding implementation for polar codes / You Zhe Fan, Chen Yang Xia, Ji Chen et al. // IEEE Journal On Selected Areas In Communications. — 2016. — February. — Vol. 34, no. 2.
- [13] Miloslavskaya V., Trifonov P. Sequential decoding of polar codes // IEEE Communications Letters. — 2014. — Vol. 18, no. 7. — P. 1127–1130.

- [14] Poltyrev G. Bounds on the decoding error probability of binary linear codes via their spectra // IEEE Transactions on Information Theory. — 1994. — July. — Vol. 40, no. 4.
- [15] Reed-muller codes achieve capacity on erasure channels / Shrinivas Kudekar, Santhosh Kumar, Marco Mondelli et al. // IEEE Transactions On Information Theory. — 2017. — July. — Vol. 63, no. 7.
- [16] Sason I., Shamai S. Performance analysis of linear codes under maximum-likelihood decoding: A tutorial // Foundations and Trends in Communications and Information Theory. — 2006. — Vol. 3, no. 1-2. — P. 1-222. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1561/0100000009>.
- [17] Sason I., Wiechman G. Log-domain calculation of the 1959 sphere-packing bound with application to m-ary psk block coded modulation // Proceedings of IEEE 24th Convention of Electrical Electronics Engineers in Israel. — 2006. — P. 344-348.
- [18] Seidl M., Huber J. B. An efficient length- and rate-preserving concatenation of polar and repetition codes // Proceedings of International Zurich Seminar. — 2014.
- [19] Shannon C. Probability of error for optimal codes in a gaussian channel // The Bell System technical journal. — 1959. — May. — Vol. 36, no. 3.
- [20] Shannon C., Gallager R., Berlekamp E. Lower bounds to error probability for coding on discrete memoryless channels // Information and Control. — 1967. — Vol. 10.
- [21] Tal I., Vardy A. How to construct polar codes // IEEE Transactions on Information Theory. — 2013. — October. — Vol. 59, no. 10. — P. 6562-6582.
- [22] Tal I., Vardy A. List decoding of polar codes // IEEE Transactions On Information Theory. — 2015. — May. — Vol. 61, no. 5. — P. 2213-2226.
- [23] Tm synchronization and channel coding. — Recommended Standard CCSDS 131.0-B-3. — 2017. — September.
- [24] A trellis-based recursive maximum-likelihood decoding algorithm for binary linear block codes / Toru Fujiwara, Hirotsuke Yamamoto, Tadao Kasami, Shu Lin // IEEE Transactions On Information Theory. — 1998. — March. — Vol. 44, no. 2.
- [25] Trifonov P. A score function for sequential decoding of polar codes // Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory. — Vail, USA, 2018.
- [26] Trifonov P., Miloslavskaya V. Polar subcodes // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. — 2016. — February. — Vol. 34, no. 2. — P. 254-266.
- [27] Trifonov P. et al A randomized construction of polar subcodes // Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory. — Aachen, Germany : IEEE, 2017. — P. 1863-1867.

[28] Valembois A., Fossorier M. P. Sphere-packing bounds revisited for moderate block lengths // *IEEE Transactions On Information Theory*. — 2004. — December. — Vol. 50, no. 12.

[29] Vardy A., Beery Y. Maximum likelihood decoding of the Leech lattice // *IEEE Transactions on Information Theory*. — 1993. — July. — Vol. 39, no. 4. — P. 1435–1444.

Приложение А Код (64, 32, 12)

Ниже приведена порождающая матрица полярного подкода (64, 32, 12):

$$G = \begin{pmatrix} 110001011100000010100000000000000011101011000000101000000000000000 \\ 10000100001100001000100000000000001110100110000001000100000000000000 \\ 100111000110110000000000000000010100001010000000000000000000000000 \\ 1111001010100010001000001000000000010110000000100000100000100000000 \\ 111111111111111110000000000000000000000000000000000000000000000000 \\ 011011000010100001111000000000001001110000101000100010001000000000 \\ 101100000100000010011001000000001111100010000001000000010000000 \\ 10101100101000000110101000000000000011010100000110000000000000 \\ 11111111000000001111111000000000000000000000000000000000000000 \\ 0010101011001000000010000100000011101010000010001100100010000000 \\ 1000100000000000001010001010000000101000101000001000100000000000 \\ 11110000111100001111000011110000000000000000000000000000000000 \\ 10101000101010000001000000010000010000000100000100000100000000 \\ 11001100110011001100110011001100110010000000000000000000000000 \\ 1010101010101010101010101010101010100000000000000000000000000 \\ 11111111111111111111111111111111100000000000000000000000000000 \\ 1111110000000000000000000000000000001111111110000000000000000000 \\ 111100001111000000000000000000000001111000011110000000000000000 \\ 11001100110011000000000000000000001100110011001100000000000000 \\ 10101010101010101000000000000000010101010101010101010000000000 \\ 11111111111111111000000000000000011111111111111111000000000000 \\ 111100000000000011110000000000001111000000000000011110000000000 \\ 1100110000000011001100000000011000001100000011000000110000001100000 \\ 101000010100000101000001010000010100000101000001010000010100000 \\ 1111000011110000111100001111000011110000111100001111000011110000 \\ 1000100010001000100010001000100010001000100010001000100010001000 \\ 1100110011001100110011001100110011001100110011001100110011001100 \\ 10101010101010101010101010101010101010101010101010101010101010 \\ 11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111 \end{pmatrix}$$

Весовой спектр этого кода равен

```
(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1024, 0, 24704, 0, 222316, 0, 1719424, 0, 8850944, 0, 38611456,
0, 113052224, 0, 288838144, 0, 504737280, 0, 778102528, 0, 826647206, 0, 778102528,
0, 504737280, 0, 288838144, 0, 113052224, 0, 38611456, 0, 8850944, 0, 1719424, 0, 222316, 0, 24704,
0, 1024, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)
```

Приложение В Моделирование полярного кода с CRC в канале с аддитивным белым гауссовским шумом

В несостоятельности нижней границы авторов S256, представленной на рис. 4а, легко убедиться с помощью свободно распространяемого пакета AFF3CT, исходный код которого доступен по адресу <http://aff3ct.github.io/>. Ниже приведен пример моделирования с помощью него (256, 128) полярного кода с CRC-16.

```

>aff3ct-2.3.5 -C "POLAR" -K 144 -N 256 --enc-fb-gen-method GA -D ASCL -L 32768 --dec-polar-nodes "{R0,REP,R0L,REPL}" -m 1.5 -M 3.0 -s 0.25 --crc-type 16-5G
# -----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||
# Signal Noise Ratio || Bit Error Rate (BER) and Frame Error Rate (FER) || Global throughput
# (SNR) || || and elapsed time
# -----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||
# Es/NO Eb/NO FRA BE FE BER FER SIM_THR ET/RT
# (dB) (dB) || || || || || || || (Mb/s) (hhmmss)
# -----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||-----||
# -1.51 | 1.50 || 8183 | 2557 | 109 | 2.44e-003 | 1.33e-002 || 0.002 | 00h07'02
# -1.26 | 1.75 || 24464 | 2689 | 120 | 8.59e-004 | 4.91e-003 || 0.008 | 00h06'42
# -1.01 | 2.00 || 52820 | 2386 | 111 | 3.53e-004 | 2.10e-003 || 0.019 | 00h06'04
# -0.76 | 2.25 || 377055 | 2520 | 114 | 5.22e-005 | 3.02e-004 || 0.127 | 00h06'20
# -0.51 | 2.50 || 1998236 | 2435 | 119 | 9.52e-006 | 5.96e-005 || 0.701 | 00h06'05
# -0.26 | 2.75 || 11288189 | 2197 | 118 | 1.52e-006 | 1.05e-005 || 6.167 | 00h03'54
# -0.01 | 3.00 || 37377104 | 1472 | 103 | 3.08e-007 | 2.76e-006 || 32.860 | 00h02'25

```

Для того, чтобы истинное число информационных символов было равно 128, размерность собственно полярного кода (параметр K) была увеличена на длину контрольной суммы CRC (16 бит). Отношение сигнал/шум на бит и вероятность ошибки на кодовое слово приведены, соответственно, во 2 и 7 столбцах таблицы, печатаемой программой. В частности, видно, что на $E_b/N_0 = 2.5$ дБ достигается вероятность ошибки на кодовое слово $5.96 \cdot 10^{-5}$, в то время как авторы заявляют о принципиальной невозможности получить вероятность ошибки меньше 10^{-4} на данном отношении сигнал/шум.

Необходимо понимать, что получаемые таким образом коды и используемый в пакете метод декодирования не являются наилучшими. Данный пример демонстрирует то, что авторы статьи не знают или сознательно скрывают от читателей легко доступные результаты и инструменты теории и практики помехоустойчивого кодирования.