

Комментарий к статье “Обзор проблем полярных кодов с позиции технологий Оптимизационной Теории помехоустойчивого кодирования”

П.В. Трифонов, В.Д. Милославская

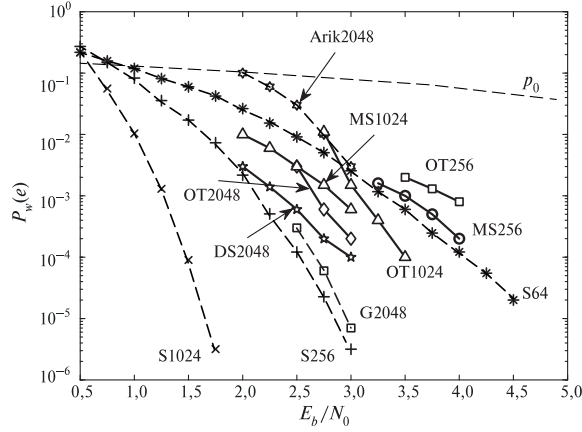
16 февраля 2021 г.

1 Введение

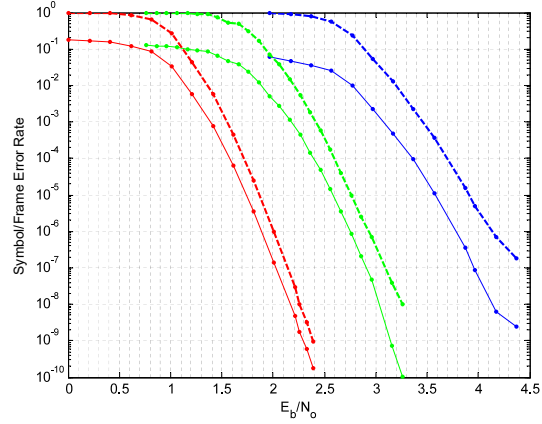
Авторы указанной статьи, опубликованной в журнале «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса» Т. 17 № 4, проводят сопоставление полярных кодов и кодов, основанных на результатах «оптимизационной теории». Авторы декларируют, что в ней *“Представлены последние результаты в области алгоритмов декодирования для полярных кодов”*. К сожалению, авторы весьма тенденциозно подошли к отбору фактов и проигнорировали многие широко известные результаты современной теории и практики помехоустойчивого кодирования, включая современные публикации, содержащие описание полярных кодов с высокой корректирующей способностью и высокопроизводительных алгоритмов их декодирования. Эта статья содержит массу ложных сведений о полярных кодах и необоснованных утверждений. В статье имеет место и прямая фальсификация результатов других исследователей.

Авторы делают вывод об *«отсутствии необходимости применения полярных кодов и ряда других кодов где-либо вообще в силу неизбежно слабых возможностей и большого списка недостатков»*. Однако, полярные коды уже являются частью стандарта 5G New Radio, поскольку опередили прочие коды по ряду показателей. Разумеется, авторы не упомянули о том, что полярные коды уже вошли в стандарт. Более того, как видно из рис. 1, код (2048, 1024), предлагаемый авторами, значительно уступает коду LDPC, предусмотренному международным стандартом космической связи CCSDS¹. Сопоставляя штрихованную красную линию и кривую OT2048, можно заметить, что вероятность ошибки декодирования 10^{-4} достигается кодом из стандарта на $E_b/N_0 = 1.7$ дБ, в то время как предлагаемый авторами метод требует для этого $E_b/N_0 = 3$ дБ. На $E_b/N_0 = 1.7$ дБ их метод дает вероятность ошибки более 10^{-2} . Сложно предположить, что авторы статьи, среди которых два сотрудника Института

¹Рисунок В-2 из справочного приложения к спецификации <https://public.ccsds.org/Pubs/131x1o2e2s.pdf>. См. также рис. 8-8 <https://public.ccsds.org/Pubs/130x1g3.pdf>



(а) Характеристики МПД и ПК для кодов $R = 1/2$ в канале с АБГШ (Рис.2 рассматриваемой статьи)



(б) Характеристики LDPC кодов, предусмотренных стандартом космической связи CCSDS

Рис. 1: Сравнение кодов, предлагаемых авторами статьи, и низкоплотностных кодов

Космических Исследований РАН, могут не быть знакомы со стандартом космической связи, принятым 14 лет назад. Тем не менее, они заявляют “о безусловном лидерстве ОТ”, приводя в качестве аргументов грубо искаженные результаты из публикаций других исследователей, как будет показано ниже. Известный американский специалист, автор классических книг по теории кодирования Э. Берлекэмп, на которого авторы ссылаются в своих публикациях, утверждает, что каждый децибел снижения энергетики спутникового канала связи оценивается в миллион долларов [3]. Таким образом, следование рекомендациям авторов чревато значительным экономическим ущербом.

Рассмотрим подробнее основные тезисы этой статьи. При этом не будем обсуждать различные весьма сомнительные оценочные суждения авторов, ограничимся только фактическим материалом.

2 Актуальность вопроса

1. Авторы заявляют: “Выполнено сопоставление ... и имеющихся крайне ограниченных материалов для ПК.”

Результаты поиска публикаций на веб-сайте института инженеров электротехники и электроники (IEEE) ieeexplore.ieee.org по ключевому словосочетанию “polar codes”: Journals (462), Conferences (997), Early Access Articles (22), Magazines (10), Books (4). Заметим, что поиск осуществлялся по словосочетанию, что гарантируется наличием кавычек. Если искать “polar codes” на веб-сайте Google www.google.com, то число результатов составляет 245000. Таким образом, ieeexplore.ieee.org содержит 462 журнальные статьи по ПК и 997

трудов в сборниках материалов конференций. Такое многообразие материалов по ПК не соответствует характеристике “крайне ограниченные”.

2. Авторы заявляют: “Однако про ПК стало быстро ясно, что и они никак не способствуют прогрессу прикладной теории кодирования, т. е. разработке простых и, главное (!), технологичных декодеров вблизи границы Шеннона.”

Полярные коды были включены в спецификацию протокола физического уровня систем мобильной связи 5G², что стало возможным благодаря созданию высокопроизводительных декодеров [7]. Уже сейчас можно купить мобильные телефоны, содержащие кодер и декодер полярных кодов. Таким образом, полярные коды за 10 лет прошли путь от своего изобретения до всемирного практического применения, за что Э.Арикану и была вручена премия Шеннона. **Таким образом, авторы пытаются скрыть общеизвестные достижения современной теории кодирования.**

3 Реализация декодеров полярных кодов и их сложность

1. Авторы ставят под сомнение существование декодеров полярных кодов: “Даже если программа для ПК хотя бы при $n = 64$ будет написана”, “если среди ПК будут выявлены коды и алгоритмы с конкретной предъявленной и убедительно доказанной сложностью декодирования. Однако этой ситуации можно и не дожидаться, поскольку адепты ПК за последние 10 лет не удосужились предъявить ни одного такого декодера”, “способом определения сложности конкретных алгоритмов декодирования, в минимальной степени подверженным ошибкам, искажениям и прямому обману, является предъявление редакциям журналов, рецензентам и оппонентам по диссертациям работающей проверяемой программы моделирования в гауссовском или ином канале с указанием типа процессора, его тактовой частоты и, главное, числа декодируемых символов в секунду при реализации алгоритмов, например на языке C++.”

В статье [11], на которую ссылаются авторы, имеется исчерпывающее описание алгоритма списочного декодирования полярных кодов. Практика показывает, что средний студент 3 курса технического ВУЗа способен по этому описанию запрограммировать декодер. Кроме того, имеется огромное число программных реализаций с открытым исходным кодом различных методов помехоустойчивого кодирования. Примером такой является библиотека «A Fast Forward Error Correction Toolbox», доступная по адресу <https://aff3ct.github.io/index.html>. Реализация алгоритмов кодирования и декодирования полярных кодов

²ETSI TS 138.212. Technical specification group radio access network; NR; multiplexing and channel coding. V15.2.0 https://www.etsi.org/deliver/etsi_ts/138200_138299/138212/15.02.00_60/ts_138212v150200p.pdf

имеется также и в Matlab 5G Toolbox. В диссертациях [17, 16], обсуждаемых в статье, приведено формальное описание всех рассматриваемых алгоритмов.

2. Авторы многократно повторяют **ложную** информацию об отсутствии сведений о сложности и быстродействии декодеров полярных кодов: *“Наконец, вновь укажем, что мы ни в одной из просмотренных нами публикаций не нашли каких-либо данных о реальной сложности декодеров ПК”, “Разумеется, при появлении хотя бы предварительных конкретных и понятных данных по реальной эффективности и сложности ПК мы получим возможность публикации и более точных результатов сопоставления методов ОТ и ПК.”*, *“Поскольку данных о реальной сложности ПК (увы, повторим это) нет”, “Вынужденно повторим, что никаких данных о реальной сложности таких декодеров ПК, например о числе операций или скорости декодирования, нет”, “И здесь никаких конкретных данных по реальной доказуемой сложности декодирования конкретных ПК найти не удалось”, “Но за последние десятилетия ни одна научная группа не представила реального эффективного алгоритма с детальным описанием и полноценной программой моделирования, который можно было бы полностью проверить по стандартному комплексному критерию «достоверность — помехоустойчивость — сложность», хотя некоторые авторы декларируют использование языка программирования C++ при моделировании, не сообщая никаких сведений о быстродействии реализованных алгоритмов (см., например, работу (Милославская, 2015))”*

В статье Тала и Варди [11], на которую ссылаются авторы, приведена сложность алгоритма декодирования $O(Ln \log n)$. Сведения о быстродействии предложенных алгоритмов декодирования, реализованных на языке программирования C++, приведены в Таблицах 3.2, 4.1 и 4.2 диссертации В. Д. Милославской [16].

Из рис. 4.7б в диссертации Трифонова [17], видно, что однопоточная программная реализация предложенного декодера обеспечивает производительность около 55 Мб/с. Подробности о высокопроизводительных декодерах ПК могут быть найдены в [7, 4, 6].

Таким образом, статья “Обзор проблем полярных кодов . . .” **содержит ложные сведения.**

3. Авторы заявляют: *“Алгоритмы для ПК сразу должны были работать в области действительных чисел”, “Приходится добавить, что очень проблемным вопросом ПК навсегда, видимо, останется и точность квантования действительных чисел (Трифонов, 2018; Seidl, Huber, 2013).”*

В многочисленных публикациях по вопросам аппаратной реализации декодеров полярных кодов указывается, что вычисления можно производить с использованием арифметики с неподвижной точкой с разрядностью 5-6 бит [4]. В диссертации Трифонова [17] квантование упоминается в контексте обзора статьи [10], в которой речь идет не о квантовании действительных чисел, а о квантовании

выходных алфавитов некоторых синтетических каналов, которые имеют весьма опосредованное отношение к действительным числам. В любом случае, это квантование возникает только на этапе построения полярных кодов. Существуют методы, которые позволяют его избежать.

4. Авторы заявляют: “Более того, и сами оценки сложности N для этих кодов на самом деле очень таинственны, так как за единицу такой сложности там обычно принимаются не простейшие операции типа сложений и сравнений, а циклы процедур (Милославская, 2015)”

В кандидатской диссертации В. Д. Милославской [16] предлагается несколько методов построения ПК и последовательный алгоритм декодирования полярных кодов. Среднее число арифметических операций над вещественными числами для последовательного алгоритма декодирования ПК указано в Таблице 3.1 (первоначально опубликовано в [8]), а также указано, что этот алгоритм требует выполнения только операций сложения и сравнения над вещественными числами. Среднее число итераций приведено диссертации В. Д. Милославской, поскольку его принято указывать в случае декодеров ПК. В докторской диссертации П.В. Трифонова [17], на которую ссылаются авторы, приведены таблица 4.1 и рис. 4.5, из которых видно, что на отношении сигнал/шум 2 дБ декодирование полярного (под)кода (1024,512) может быть выполнено со средней сложностью 20800 операций сложения и сравнения (первоначально опубликовано в [13]). Следовательно, данные о числе операций сравнения и сложения **являются общедоступными, но по некой таинственной причине были проигнорированы авторами статьи.**

5. Авторы заявляют: “хотя в работе (Милославская, 2015) отмечается экспоненциальный рост размеров списков ($L \gg 1000$), необходимость вычислений с действительными числами и в некоторых случаях большое число итераций ($I > 10^4$)» В работе Милославской не рассматривалась задача аппаратной реализации и, в частности, вопросы представления промежуточных значений алгоритмов в ЭВМ. В работах других исследователей показано, что декодирование может быть выполнено с использованием арифметики с неподвижной точкой [4]. Таким образом, утверждение авторов о **необходимости** вычислений с действительными числами при декодировании полярных кодов **не соответствует действительности.**

4 Корректирующая способность полярных кодов

1. Авторы заявляют: “гарантированная вероятность ошибки декодирования уменьшалась с длиной кодов n крайне медленно, лишь как $n^{-0,25}$ (Arikan, 2009).” Вероятно, авторы не знакомы со статьей [2], в которой показано, что вероятность ошибки декодирования полярных кодов удовлетворяет $P \leq 2^{-n^\beta}$ для любого $\beta < 0.5$.

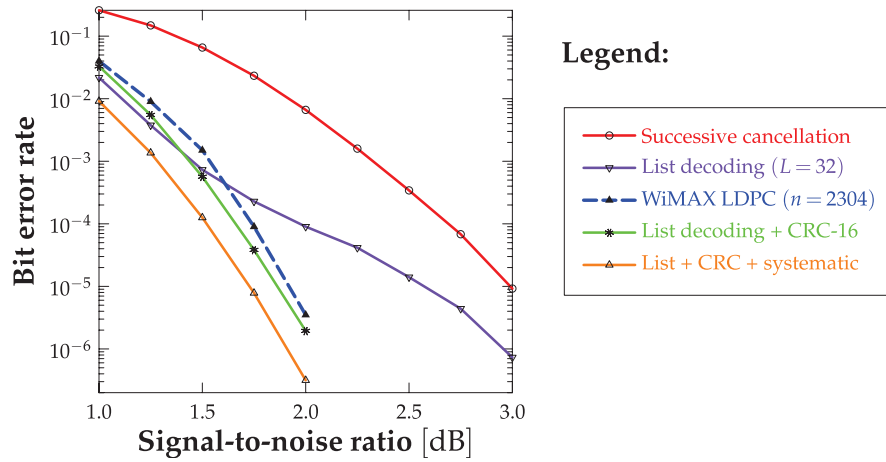


Рис. 2: Корректирующая способность полярных кодов с CRC [11]

2. Авторы заявляют: “А ведь это, например, значит, что даже для типичной небольшой вероятности ошибки $P_w(e) \approx 10^{-5}$ в блоке для канала типа ДСК (двоичный симметричный канал) размер блока ПК должен быть $n \approx 10^{20}$! Безусловно, это никак не воодушевляет. И очевидно, что даже только по этой причине данная идея была уже изначально чрезвычайно сомнительной. От такой безысходности апологеты этого направления указывали, как мы цитировали в работе (Золотарёв, Овечкин, 2016), на весьма ограниченные возможности ПК, особенно при малых длинах кодов n .”

В упомянутом выше стандарте 5G использование полярных кодов рекомендовано на длинах не более 1024. С помощью Matlab 5G Toolbox, авторы статьи могут с удивительным в том, что эти коды достигают вероятностей ошибки меньше 10^{-5} . Простые и понятные примеры моделирования ПК для восходящей и нисходящей линий связи с помощью Matlab 5G Toolbox приведены на веб-сайте <https://au.mathworks.com/help/5g/gs/polar-coding.html>. Кроме того, Рис. 2.2 диссертации В.Д. Милославской демонстрирует ПК длины 1024, достигающий вероятности ошибки 10^{-6} . Следовательно, утверждение авторов о том, что размер блока ПК должен быть $n \approx 10^{20}$ **противоречит общедоступным сведениям.**

3. Авторы заявляют: “Полярные коды конечной длины уступают по эффективности LDPC-кодам (Amara, 2018; Tal, Vardy, 2015). ”

В статье Тала и Варди [11], на которую ссылаются авторы, показано, что, с учетом предлагаемых улучшений, рассмотренный полярный код превосходит по корректирующей способности LDPC код (см. рис. 2). В диссертации В.Д. Милославской также демонстрируется код, превосходящий LDPC по корректирующей способности (см. Рис. 3.6 в [16]) и по вычислительной сложности декодирования (см. Таблицу 3.1 в [16]). Эти результаты были первоначально опубликованы в

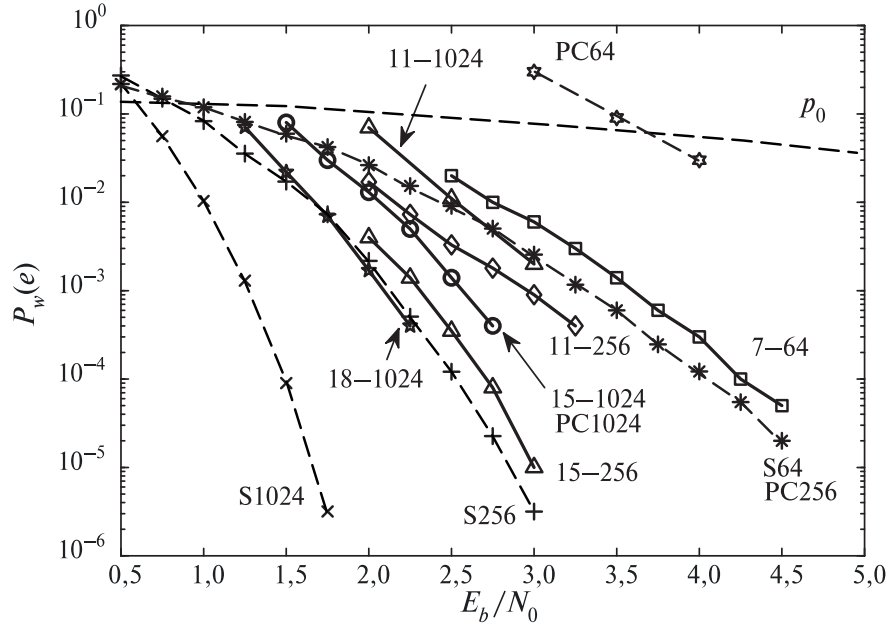


Рис. 3: Границы сферической упаковки и характеристики БАВ для кодов с $R = 1/2$ в канале с АБГШ (Рисунок 1 рассматриваемой статьи)

[8]. Таким образом, авторы сознательно искажают научные результаты, опубликованные другими исследователями.

4. На рис. 1 (рис. 3) авторы приводят кривую PC64, которая “показывает для полярных кодов длины $n = 64$ нижние оценки в работах (Милославская, 2015; Трифонов, 2018) для декодеров нескольких ПК при обычном декодировании, т. е. когда размер списка решений L равен 1. Остальные результаты (около 10) на тех же рисунках из этих диссертаций соответствуют различным размерам списка решений вплоть до $L = 256$. Все они близки к графику (7-64) для БАВ или существенно выше него, так как граница S64, как известно, недостижима.”.

На рис. 2.2. в диссертации Трифонова, который был первоначально опубликован в [14], приведена не нижняя оценка, а реальная вероятность ошибки декодирования полярного кода (64, 30, 8) методом последовательного исключения исключения с размером списка 1 (см. кривую “Arikan (64,30,8) $L=1$ ” на рис. 4), которая существенно меньше чем то, что приводят авторы в своей статье. **Таким образом, авторы осуществляют прямую подмену фактов.**

5. Авторы заявляют: “Рассмотрим данные о ПК длины $n = 1024$. Нижняя оценка для группы таких кодов из статьи (Seidl, Huber, 2013), использующих разные «улучшения», в том числе и каскадирование, помеченная как PC1024, практически совпадает с кривой (15-1024).”

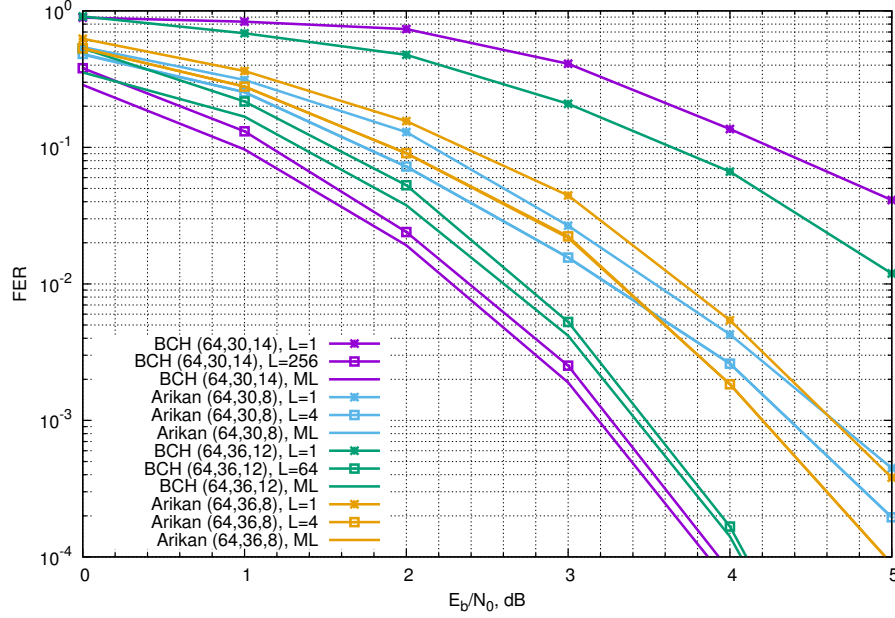


Рис. 4: Вероятность ошибки декодирования (Frame Error Rate — FER) полярных кодов и кодов РБЧХ списочным алгоритмом последовательного исключения (Рисунок 2.2 в [17])

Необходимо отметить, что в статье [9] приведена не нижняя граница, а результаты статистического моделирования для конкретного полярного кода (1024, 512) и списочного декодера с $L = 4$ (см. рис. 5). Таким образом, **авторы осуществляют прямую подмену фактов.**

6. Авторы заявляют: “И наконец, для группы ПК длины $n = 2048$ представлены графики нижних оценок G_{2048} из работы (Giard et al., 2014). Соответствующая иллюстрация из рассматриваемой статьи приведена на рис. 1а данного документа. Следует отметить, что в статье [5] отсутствуют графики нижних границ вероятности ошибки декодирования. Вместо этого там приведены результаты моделирования (вероятность ошибки на бит) полярного кода (2048,1024) с субоптимальным декодером последовательного исключения. Эти результаты авторы выдают за нижнюю границу вероятности ошибки на кодовое слово. **Таким образом, авторы представили сфальсфицированные результаты.**

5 Сравнение характеристик

1. На рис. 2 (рис. 1а в данном документе) авторы представили свой лучший результат для кода (2048,1024) (кривая OT2048). Видно, что он обеспечивает вероятность ошибки на кодовое слово 10^{-4} на $E_b/N_0 = 3$ дБ. В то же время в диссертации Трифонова [17], на которую ссылаются авторы, на рис. 3.12б показано, что

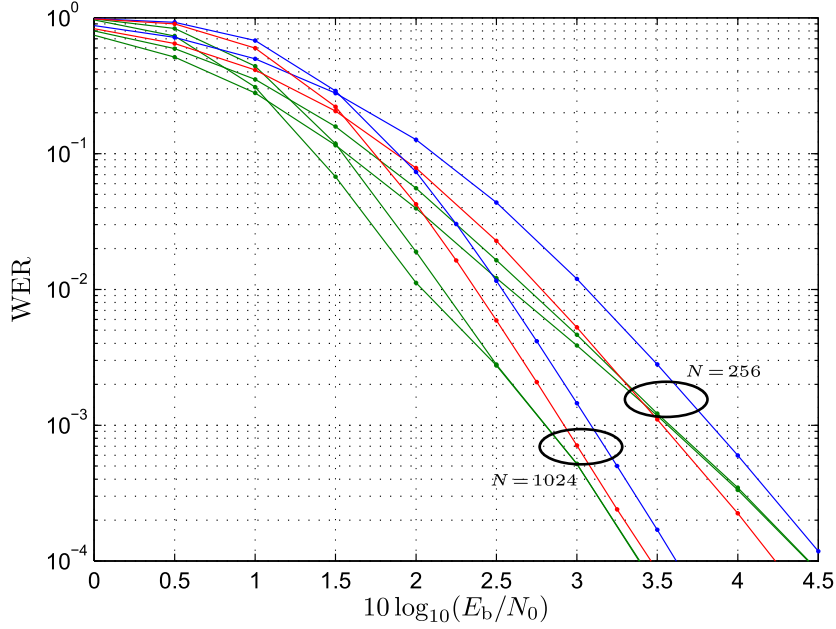


Рис. 5: Simulation results: BPSK-AWGN channel, polar code block length $N = 256, 1024$, rate $R = 1/2$. Blue: SC decoding. Green: successive list decoding (list size $L = 2, 4$). Red: concatenation scheme [9]

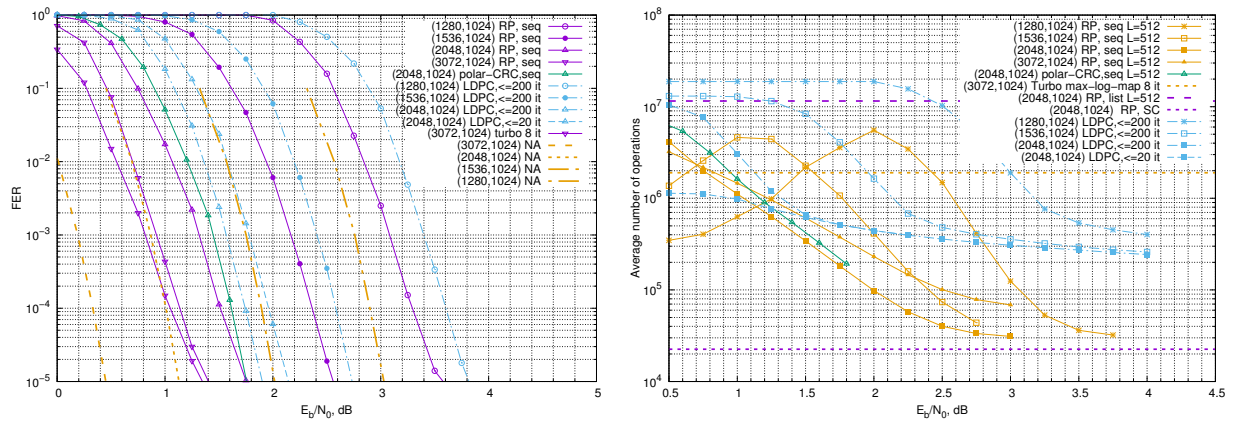


Рис. 6: Вероятность ошибки декодирования (Frame Error Rate — FER) и сложность декодирования LDPC кодов и полярных подкодов [17, 15]

полярный (под)код достигает той же вероятности ошибки на $E_b/N_0 = 1,5$ дБ. Там же на рис. 3.14 приведено среднее число арифметических операций, при котором обеспечивается такая корректирующая способность. Эти результаты приведены на рис. 6. На этом же рисунке приведены результаты для LDPC-кодов³ из стандарта космической связи CCSDS “Low Density Parity Check Codes For Use In Near-Earth And Deep Space Applications” [12].

Видно, что результаты авторов уступают не только современным конструкциям, но даже методам, предусмотренным стандартом космической связи CCSDS, впервые представленном в 2007 году, с которым они, как сотрудники Института Космических Исследований РАН, должны быть знакомы.

2. Как свое достижение, авторы указывают, что производительность программной реализации их декодеров достигает 140 Кб/с. В то же время в статье [5], на которую ссылаются авторы, приведены результаты, свидетельствующие о том, что программная реализация декодера полярных кодов обеспечивает производительность до 226 Мб/с.

6 Выводы

В рассматриваемой статье авторы проигнорировали значительный объем современной литературы и иной общедоступной информации по полярным кодам. Ими осуществлен подлог результатов, опубликованных другими исследователями. Нереализуемым и неработоспособными объявлены решения, которые закреплены в стандарте 5G и широко доступны в составе современных мобильных телефонов. Представленные авторами результаты для их кодовых конструкций и методов декодирования значительно уступают по помехоустойчивости и сложности не только современным конструкциям, но и достаточно старым решениям, предусмотренным стандартом космической связи CCSDS, с которым они должны быть знакомы.

Таким образом, вывод авторов *«теория ОТ существенно опережает результаты, полученные для абсолютно всех других известных классов алгоритмов декодирования»* является **заведомо ложным**.

Следует также отметить, что результаты, которые авторы фальсифицируют и ставят под сомнение, опубликованы в ведущих мировых изданиях по теории кодирования и телекоммуникациям, а некоторые [1, 11, 14, 13] включены в список IEEE Communications Society Best Readings on Polar Coding. В то же время собственные результаты авторов, позиционируемые ими как лучшие и на основе которых ими была подготовлена эта статья, опубликованы в непрофильных изданиях.

³Эталонные результаты для этих кодов приведены на рис. В-2 справочного приложения <https://public.ccsds.org/Pubs/131x1o2e2s.pdf>.

Список литературы

- [1] Arikan E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels // IEEE Transactions on Information Theory. — 2009. — July. — Vol. 55, no. 7. — P. 3051–3073.
- [2] Arikan E., Telatar E. On the rate of channel polarization // Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory,. — 2009.
- [3] Berlekamp E. The technology of error-correcting codes // Proceedings of the IEEE. — 1980. — Vol. 68, no. 5.
- [4] Ercan F., Tonnellier T., Gross W. Energy-efficient hardware architectures for fast polar decoders // IEEE Transactions on circuits and systems-I: regular papers. — 2020. — January. — Vol. 67, no. 1.
- [5] Fast software polar decoders / Pascal Giard, Gabi Sarkis, Claude Thibault, W.J. Gross // Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. — 2014.
- [6] Gal B. L., Leroux C., Jengo C. Multi-gb/s software decoding of polar codes // IEEE Transactions On Signal Processing. — 2015. — January. — Vol. 63, no. 2.
- [7] A low-latency list successive-cancellation decoding implementation for polar codes / You Zhe Fan, Chen Yang Xia, Ji Chen et al. // IEEE Journal On Selected Areas In Communications. — 2016. — February. — Vol. 34, no. 2.
- [8] Miloslavskaya V., Trifonov P. Sequential decoding of polar codes // IEEE Communications Letters. — 2014. — Vol. 18, no. 7. — P. 1127–1130.
- [9] Seidl M., Huber J. B. An efficient length- and rate-preserving concatenation of polar and repetition codes // Proceedings of International Zurich Seminar. — 2014.
- [10] Tal I., Vardy A. How to construct polar codes // IEEE Transactions on Information Theory. — 2013. — October. — Vol. 59, no. 10. — P. 6562–6582.
- [11] Tal I., Vardy A. List decoding of polar codes // IEEE Transactions On Information Theory. — 2015. — May. — Vol. 61, no. 5. — P. 2213–2226.
- [12] TM synchronization and channel coding. — Recommended Standard CCSDS 131.0-B-3. — 2017. — September.
- [13] Trifonov P. A score function for sequential decoding of polar codes // Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory. — Vail, USA, 2018.
- [14] Trifonov P., Miloslavskaya V. Polar subcodes // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. — 2016. — February. — Vol. 34, no. 2. — P. 254–266.

- [15] Trifonov P., et al A randomized construction of polar subcodes // Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory. — Aachen, Germany : IEEE, 2017. — P. 1863–1867.
- [16] Милославская В. Методы построения и декодирования полярных кодов : дисс. канд. техн. наук / В.Д. Милославская ; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. — 2014.
- [17] Трифонов П. Методы построения и декодирования многочленных кодов : дисс. докт. техн. наук / П.В. Трифонов ; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. — 2018.